

## Didaktische Kommentierung: Aufgabe Katzenfutter

### Aufgabenmerkmale

Leitidee	Muster und Strukturen
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen; Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen
Kompetenzstufe	II
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)

### Hinweise zur Bearbeitung

Bei funktionalen Zuordnungen wird (unter anderem) zwischen proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen unterschieden.

- Proportionale Zuordnung („je mehr, desto mehr“, „je weniger, desto weniger“):

z. B.: Vier Kugeln Eis kosten zwei Euro. Acht Kugeln Eis kosten vier Euro.

- Antiproportionale Zuordnung („je mehr, desto weniger“, „je weniger, desto mehr“):

z. B.: Vier Männer brauchen für eine Arbeit gemeinsam zwei Stunden. Acht Männer brauchen für die gleiche Arbeit gemeinsam eine Stunde.

Die vorliegende Aufgabe beschreibt in einer Sachsituation eine antiproportionale Beziehung. Inhaltlich muss erfasst werden, dass sich die Anzahl der zu versorgenden Katzen verdoppelt und sich in der Folge die Anzahl der Tage halbiert, für die das Futter reicht. Hier wird ein hohes Maß an mathematischer Modellierungsfähigkeit in Verbindung mit heuristischen Strategien (Bearbeitungsstrategien) gefordert.

### Mögliche Schwierigkeiten

Vier Männer brauchen vier Tage, um vier Container zu beladen. Wie viele Tage braucht ein Mann, um einen Container zu beladen?

Schnell ist die falsche Lösung „ein Tag“ gefunden, da ja schließlich vier Männer vier Tage benötigen. Die anstehende Division verleitet zum falschen Ergebnis. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass das Lösen von Aufgabenstellungen mit solchen Zusammenhängen von einem erhöhten Schwierigkeitsgrad begleitet wird, da die mathematische Vertrautheit oft fehlt.

Funktionales Denken ist bei Grundschulkindern grundsätzlich vorhanden. Auch die Einsicht in antiproportionale Abhängigkeiten gehört zum Alltagswissen von Kindern (z. B.: Wenn wir zu zweit den Tisch abräumen, geht das schneller.).

Die mathematische Beschreibung der Antiproportionalität gestaltet sich für Kinder aber schwierig, da die Abhängigkeit der beiden Dimensionen voneinander einen neuen mathematischen Umgang erfordert, bei dem ein hohes Maß an Abstraktionsleistung erbracht werden muss. Der funktionale Zusammenhang („Jetzt versorgt Frau Maier die beiden Katzen mit“) ist nicht direkt erfassbar, sondern muss modelliert werden. Es wird eine flexible, eigenständige Bildung einer mathematischen Operation verlangt.

## Weiterarbeit und Förderung

Am ehesten gelingt Kindern der Einstieg in die Thematik im Themenbereich „Preis-Anzahl-Aufgaben“. Hier sind sie bereits früh in der Lage, proportionale Zusammenhänge zu erfassen. Gleichwohl besitzen Aufgabenformate mit einer antiproportionalen Zuordnung einen erhöhten Schwierigkeitsgrad. Es wird suggeriert, dass durch Verdopplung eines Faktors (Anzahl der Katzen) sich auch die Anzahl des anderen Faktors (Anzahl der Tage) entsprechend verdoppelt. Der Umkehrschluss zur Lösung und Modellierung dieser funktionalen Beziehung kann am ehesten aus einer bekannten Sachsituation (z. B. der Thematik „Geld“) erarbeitet und abgeleitet werden. Hier bietet sich auch das Analysieren von „Sonderangeboten“ an.

Grundsätzlich stellen sich Aufgaben mit antiproportionaler Struktur komplexer dar als proportionale Beziehungen. Ausgehend von Aufgaben mit proportionalem Charakter, die das Vorwissen aktivieren (Beispiel: 6 Kinder müssen 12 Euro Eintritt bezahlen. Wie viel Euro müssen 3 Kinder bezahlen?), lassen sich tragfähige mathematische Abhängigkeiten in antiproportionalen Kontexten erörtern.

Interessant gestaltet sich der unterrichtliche Ansatz, Kinder eigene kurze Rechengeschichten erfinden zu lassen. Hier beginnen Kinder mit proportionalen Gegebenheiten zu arbeiten, zu variieren und in ihren Alltagssituationen nach proportionalen Zusammenhängen zu forschen.

Tabellen stellen ein hilfreiches Instrument dar, proportionale und antiproportionale Beziehungen zu veranschaulichen. Anhand dieses Instrumentes kann dann Proportionalität „sichtbar“ gemacht werden.

### Aufgabenbeispiele:

- Ein Auto verbraucht auf 100 Kilometer Strecke (km) 8 Liter (l) Benzin

km	10	50	100	300	1000
l			8		

- Vier Bagger brauchen zum Ausheben eines Grabens 12 Tage.

Bagger	2	4	8	12
Tage		12		